

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ДИСКРЕТНИМ ПРОЦЕСОМ МАРКОВА

Фартушний Іван Дмитрович, к.ф.-м.н., доцент
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»
м. Київ, Україна
ORCID: 0000-0003-1595-9495
email: i.fartushny@kpi.ua

Пасенченко Юрій Антонович, к.ф.-м.н., доцент
Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації ім. Героїв Крут
м. Київ, Україна
ORCID ID 0000-0003-4919-5841

В повідомленні вивчається задача оптимального керування випадковими марківськими процесами з дискретними станами, для яких перехідні ймовірності і інтенсивності переходів змінюються в часі. Такі системи застосовуються в економічних і технічних задачах, військово-управлінні [1]. Як приклади наведемо задачу оптимального управління портфелями цінних паперів, задачу оптимального управління прибутком комерційного банку, задачу оптимального планування активних/захисних дій. Відомо, що для марківських ланцюгів з дискретним часом складаються системи рівнянь Маркова, а для марківських ланцюгів з неперервним часом – системи диференціальних рівнянь Колмогорова [1, 3]:

$$p_{ij}(t) = i_{ij} p_{it}(t) - p_{ij}(t) k_{jk}(t), \quad (1)$$

$$p_0 = (p_{00}, p_{10}, \dots, p_{n0}, \dots)$$

$$p_{0t} + p_{1t} + \dots + p_{nt} + \dots = 1, \quad i_{ij}(t) \geq 0 \quad (2)$$

де p_{it} , $i=0,1,2,3$, – ймовірності станів ланцюга; p_{i0} – початкові ймовірності;
 $i_{ij}(t)$ – інтенсивності переходів із стану в стан.

Особливістю лінійної системи диференціальних рівнянь (1) є змінні в часі інтенсивності $i_{ij}(t)$. Такий підхід застосовується, коли управлінські рішення приймаються на скінченному проміжку часу і система диференціальних рівнянь (1) розглядається на скінченному інтервалі. Відмітимо, що для диференціальних рівнянь з змінними коефіцієнтами значно складніше знаходити розв'язки. Якщо в системі (1) є сталими інтенсивності переходів, то система диференціальних рівнянь має сталі коефіцієнти і можливо аналізувати граничний при $(t \rightarrow \infty)$ режим, а система (1) переходить при $(t \rightarrow \infty)$ у систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

Якщо перехідні ймовірності, або інтенсивності переходів $i_{ij}(t)$ змінні у часі, а сама система розглядається на скінченному проміжку часу $0 \leq t \leq T$, то для відповідних систем, що керуються марківськими процесами можливо ставити задачу оптимального керування з такими критеріями ефективності (одним, або кількома):

$$0 \leq t \leq T, \quad k_{jk}(t) a_k(t) dt \rightarrow \max_{\{u(t)\}} (\min) \quad (3)$$

де $a(t)$ – параметри, що характеризують управлінські рішення в термінах одиниць ефективності. Управліннями є деякі з функцій інтенсивностей переходів $i_{ij}(t)$, інші з функцій i_{jt} , вважаються заданими. Зокрема при плануванні захисних дій заданими є вхідні впливи, а управліннями – інтенсивності відповідей. При активних діях – навпаки. В задачах управління портфелями заданими є курси паперів, а керуваннями є структури портфелів. На функції i_{jt} , $p_i(t)$ можуть також накладатися і додаткові обмеження, які враховують використання ресурсів.

В тому випадку, коли марківський ланцюг є процесом народження та загибелі [1, 3], то невідомими управліннями стають інтенсивності переходів в сусідні стани з i – го до $(i+1)$ – го та $(i-1)$ – го, відповідно: $i, i+1t$, $i, i-1t$. Система диференціальних рівнянь набуває вигляду:

$$p_{i,t} = i_{i+1} p_{i-1} + i_{i-1} p_{i+1} - p_j(t) (i_{i+1} + i_{i-1}) \quad (4)$$

$$(i = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

$$p_{0,t} + p_{1,t} + \dots + p_{n,t} = 1$$

В деяких випадках (4) дозволяє рекурентне розв'язання.
Якщо $i_{i+1,t}$, $i_{i-1,t}$ не залежать від номеру стану ланцюга:

$$i_{i+1,t} = \lambda(t), \quad i_{i-1,t} = \mu(t).$$

В диференціальній системі рівнянь (4) є дві скалярні функції керування t і $i(t)$.

Точне розв'язання задач керування (1), (2), (3), або (3), (4) можливе у виключних випадках. Розв'язання задач керування з заданою точністю можливе методами обчислювальної математики, за допомогою яких задачу управління наближають задачею математичного програмування – одно-, або багатокритеріальною. Для цього вводять дискретний час t : $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n T$. Інтеграли в (3) замінюють за наближеними квадратурними формулами. Системи диференціальних рівнянь (1), (4) замінюються системою різницьових рівнянь, а відповідні різницеві рівняння стають обмеженнями задачі математичного програмування. Для цього використовують методи Мілна, Рунге-Кутта, Ейлера, або інші. Обмеження на функції $i_j t$, $p_i(t)$ переходять у систему обмежень-нерівностей. При цьому значення інтенсивностей переходів $i_j t$ і ймовірностей $p_i t$ є невідомими і визначаються на дискретній множині точок t : $0 \leq t_0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n T$. При вирішенні задачі нелінійного математичного програмування з одним критерієм застосовуються стандартні підходи до їх вирішення. Якщо задано декілька критеріїв виду (3), то задача математичного програмування стає багатокритеріальною і до її розв'язання застосовують зокрема методи згортки критеріїв, що враховують пріоритетність вимог.

Література

1. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. – К.: Видавнича група BVH, 2007. – 544 с.
2. Катренко А. В., Пасічник В. В., Пасько В. П. Теорія прийняття рішень. – К.: Видавнича група BVH, 2009. – 448 с.
3. Коваленко І. М., Гнеденко Б. В. Теорія ймовірностей. – К.: Вища школа, 1990. – 328 с.

BLOCKCHAIN У МОДЕЛЮВАННІ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ: МОЖЛИВОСТІ ТА ОБМЕЖЕННЯ

Харенко Владислав

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

м. Дніпро

ORCID ID 0009-0005-6310-7344

Скрипник Наталія, канд. екон. наук, доцент

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

м. Дніпро

ORCID ID 0000-0003-0147-3101

Blockchain — це революційна технологія, що виникла у 2008 році разом із появою першої криптовалюти Bitcoin, створеної невідомою особою або групою осіб під псевдонімом Сатоші Накамото. Вона спочатку була задумана як спосіб забезпечити децентралізовану, прозору та безпечну систему для здійснення фінансових транзакцій без посередників. Згодом технологія Blockchain почала застосовуватись у значно ширшому спектрі сфер, включаючи логістику, управління даними та державне адміністрування.

Основними принципами роботи Blockchain є децентралізація, прозорість та безпека. Децентралізація означає, що дані в мережі зберігаються не на одному сервері, а на тисячах