

Моделювання оптимального портфелю акцій з прогнозованою матрицею ризиків

Лазаренко Ірина Сергіївна, к. ф.-м. н., доцент
ORCID ID: 0000-0002-3384-1186

Крикун Євген Олександрович, студент
ORCID ID: 0009-0001-5146-4273
КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна

В сучасних умовах, коли фінансові ринки піддані постійним змінам та великим коливанням, важливо мати ефективний механізм управління акційним портфелем для досягнення найкращих можливих результатів. Одним з ключових аспектів оптимізації портфеля є розуміння ризиків, пов'язаних із вкладенням в акції. Дане дослідження розкриває питання використання прогнозованих матриць ризиків як інструменту для побудови ефективних стратегій управління портфелем. Такий підхід дозволяє інвесторам не лише адаптуватися до змін у фінансовому середовищі, але й активно використовувати ці зміни для максимізації прибутку.

Основою для створення оптимального портфелю акцій є концепція, розроблена американським ученим Гаррі Марковіцем. Він виявився одним з перших, хто повністю осягнув переваги формування ефективного акційного портфеля і у 1952 році в дисертаційній роботі «Вибір портфеля». Сучасна Портфельна Теорія (Modern Portfolio Theory, MPT) залишається важливою інвестиційною стратегією, що виступає альтернативою традиційному вибору акцій. MPT надає інструмент управління портфелем, який, при правильному застосуванні, сприяє формуванню різноманітного та прибуткового інвестиційного портфеля.

Основними припущеннями цієї теорії є:

1. очікувана доходність цінних паперів визначається математичним очікуванням доходу;
2. ризик цінних паперів визначається середньоквадратичним відхиленням доходу;
3. дані минулих періодів, використані для розрахунків доходності і ризику, повністю відображають майбутні значення доходності;
4. ступінь та характер взаємозв'язку між цінними паперами виражається коефіцієнтом лінійної кореляції [1, 2].

З розвитком технологій та Big Data інструментів, теорія Марковіца є такою, яку легко застосувати на практиці для великого набору різних паперів у портфелі. Не дивлячись на це, теорія Марковіца має суттєвий недолік – неврахування тенденцій ринку. Щоб усунути цей недолік в теорії Марковіца застосовують модернізований метод розрахунку коваріаційної матриці, яка використовується для розрахунку ризику – прогнозування коваріаційної матриці ризиків.

Для прогнозування коваріаційної матриці ризиків виникає необхідність в застосуванні спеціалізованих методів аналізу часових рядів. Один із найефективніших підходів у цьому контексті – використання GARCH моделей. Дані моделі, що відзначаються великою популярністю, широко використовуються у фінансовому аналізі, особливо фінансовими установами. Вони служать інструментом для оцінки волатильності прибутковості акцій, облігацій та ринкових індексів. Отримана за допомогою GARCH-моделей інформація має вагомий роль у ряді важливих фінансових аспектів. По-перше, вона використовується для визначення цін, сприяючи розумінню ймовірних змін вартості різних активів. Крім того, ці дані можуть служити основою для прогнозування можливих прибутків від різних інвестиційних можливостей. Зокрема, вони можуть бути використані для прийняття обґрунтованих рішень щодо розподілу активів, хеджування ризиків, та оптимізації інвестиційного портфеля. Важливим мотиватором використання GARCH-моделей є їхня

спроможність враховувати гетероскедастичність. Це поняття вказує на нерегулярний характер змінності елементів похибки чи змінної у статистичній моделі. У випадках, коли дисперсія похибки не залишається сталою, спостереження демонструють тенденцію до кластеризації, а не лінійного розподілу. Таким чином, застосування статистичних моделей, що припускають постійну дисперсію, може призвести до надання нерелевантних висновків і прогнозів [3].

Для розв'язання поставленої практичної задачі оптимізації портфелю акцій потрібно провести декомпозицію теоретичної задачі.

Згідно з теорією Марковіца, очікуваний прибуток портфелю може бути визначений за допомогою формули, яка враховує кілька факторів та їх взаємозв'язок:

$$R_p = \sum_i R_i w_i, \quad (1)$$

де R_p – дохідність портфелю, R_i – дохідність i -го активу, w_i – частка i -го активу в портфелі.

Наступним етапом є розрахунок очікуваного ризику. У теорії Марковіца дисперсія розраховується за формулою [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E \left[\left(R_p - E(R_p) \right)^2 \right] = E \left[\left(\sum_i R_i w_i - \sum_i E(R_i) w_i \right)^2 \right] = \\ &= E \left[\left(\sum_i w_i (R_i - E(R_i)) \right)^2 \right] = E \left[\sum_i \sum_j w_i w_j (R_i - E(R_i)) (R_j - E(R_j)) \right] = \\ &= \sum_i \sum_j w_i w_j E \left[(R_i - E(R_i)) (R_j - E(R_j)) \right] = \sum_i \sum_j w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j) = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_{ij}, \end{aligned} \quad (2)$$

де σ_p^2 — дисперсія доходності портфелю,

Для врахування тенденцій ринку, класична коваріаційна матриця змінюється на прогнозовану. Для цього використовується модель прогнозування GARCH. Для створення прогнозованої матриці використаємо наступну формулу:

$$\text{cov}_p = D \times \text{CCC}, \quad (3)$$

де cov_p – прогнозована коваріаційна матриця на період $t + 1$,

CCC – матриця умовних коваріацій,

D – прогнозовані значення діагоналі матриці.

Очікуваний ризик всього портфелю отримуємо, взявши квадратний корінь від дисперсії доходності, тобто за формулою:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}, \quad (4)$$

де σ_p — стандартне відхилення доходності портфелю, або «очікуваний ризик всього портфелю»

Маючи всі компоненти, можна створити задачу оптимізації для знаходження оптимальних значень портфелю:

$$W = \frac{\alpha \sqrt{w^T \text{cov}_p w}}{(1 - \alpha) \sum_{i=1}^n R_i w_i} \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0,01 \\ \sum_{i=1}^n R_i * w_i > 0 \\ \sqrt{w^T \text{cov}_p w} \geq 0 \end{array} \right. , \quad (5)$$

де W – цільова функція задачі оптимізації;

Результатами задачі оптимізації є ваги оптимального портфелю, очікуваний ризик та очікувана дохідність. Як підсумок, варто зазначити, що такий підхід, з використанням прикладного програмного забезпечення є досить легким та ефективним. Прописавши гнучкий програмний код, можна досягти автоматизованого процесу формування оптимального портфелю з акцій різних компаній, при цьому витрачаючи мінімальний обсяг часу та отримуючи результат максимально схожий до реального.

Література:

1. Мажара Г. А., Крикун Є. О. Моделювання оптимального інвестиційного портфеля орієнтованого на мінімізацію ризику. *Modern Economics*. 2023, № 38(2023). С. 69-75. [https://doi.org/10.31521/modecon.V38\(2023\)-11](https://doi.org/10.31521/modecon.V38(2023)-11)
2. Modern portfolio theory. https://en.wikipedia.org/wiki/Modern_portfolio_theory
3. What Is the GARCH Process? *How It's Used in Different Forms*. <https://www.investopedia.com/terms/g/generalizedautogressiveconditionalheteroskedasticity.asp>
4. Юхименко Г.К., Лазаренко І.С., Моделювання інвестиційного фонду акцій із застосуванням стратегій керування фінансовими деривативами та хеджування. *Економічний вісник НТУУ «КПІ»*. 2022, №24. С. 110-119. <http://ev.fmm.kpi.ua/article/view/274836/269981>